

2016-01-12 Matematyka Mechatronika I.1 – zagadnienia egzaminacyjne

1. Struktura aksjomatyczna matematyki, np. w geometrii (eliptyczna, euklidesowa, hiperboliczna).
2. Ciąg $N \subset N_0 \subset Z \subset Q \subset R$ – rozszerzanie spektrum zadań rozwiązywalnych.
3. Para i n -tka, iloczyn kartezjański, relacja dwuargumentowa.
4. Funkcja, jej dziedzina i obraz; injekcja, surjekcja i bijekcja. Skalowanie, suma, różnica, iloczyn, iloraz i złożenie funkcji oraz funkcja odwrotna.
5. Symetria (nie- i parzystość), okresowość, monotoniczność, wypukłość funkcji $R \rightarrow R$.
6. Równanie funkcji jawne, uwikłane i parametryczne w układzie kartezjańskim Oxy .
7. Układ biegunowy $Or\theta$ i jego związek z układem kartezjańskim Oxy .
8. Wzór dwumianowy Newtona, współczynniki dwumienne (i rekurencja dla nich; wyprov.), trójkąt Pascala.
9. Relacja równoważności i jej przykłady.
10. Wektor zaczepiony i swobodny – geometrycznie, euklidesowo oraz kartezjańsko, też jako kombinacja liniowa wektorów jednostkowych.
11. Iloczyn skalarny w R^2 i R^3 – geometr. i analitycznie, kosinus kąta między wektorami i prostopadłość.
12. Iloczyn skalarny w R^n – definicja, kosinus kąta między wektorami, prostopadłość.
13. Równania prostej na płaszczyźnie kartezjańskiej, prostej i płaszczyzny w przestrzeni trzywymiarowej R^3 .
14. Iloczyn wektorowy – geometrycznie i analitycznie, także wyznacznikowo.
15. Iloczyn mieszany – geometrycznie i analitycznie, także wyznacznikowo.
16. Macierz, rodzaje macierzy (kwadratowa, 0-1, symetryczna, górno- i dolnotrójkatna, schodkowa – row echelon form) i przykłady (jednostkowa, Hadamarda, Hilberta, symetryczna, Vandermonde'a, Dürera).
17. Obraz macierzowy krzywej płaskiej oraz przestrzennej.
18. Stopień, wyznacznik (def.kombinatoryczna, rozwinięcie Laplace'a, własności), odwrotność macierzy.
19. Układ kramerowski $Ax = b$: wzory Cramera, rozwiązanie $A^{-1}b$, metoda eliminacji Gaussa.
20. Rząd macierzy. Twierdzenie Kroneckera-Capelliego.
21. Ciąg liczbowy, jego rodzaje (np. 0-1, rosnący, ogran.) i przykłady (arytm., geometr., an- i hormon.).
22. Zbieżność ciągu liczbowego, warunek konieczny zbieżności.
23. Tw.Bolzano-Weierstrassa (o podciągu zbieżnym ciągu ograniczonego, o punkcie skupienia tego ciągu).
24. Ciąg rozbieżny do ∞ (tj. mający granicę niewłaściwą). Ciąg Fibonacciego i liczba złota/Fidiasza.
25. Arytmetyka granic. Symbole nieoznaczone $0/0, \infty/\infty, \infty-\infty, 0 \cdot \infty, 0^0, \infty^0, 1^\infty$,
26. Twierdzenie o trzech ciągach i przykłady jego zastosowania.
27. $\lim_{n \rightarrow \infty} a^{1/n}$, gdzie $a > 0$, i wyprowadzenie.
28. Twierdzenie Bernoulliego o ciągu monotonicznym i ograniczonym.
29. Tw. Bernoulliego o istnieniu liczby e , także dowód.
30. Definicje i własności funkcji elementarnych (wielomiany, funkcje wymierne, trygonometryczne i hiperboliczne oraz do nich odwrotne, logarytm i funkcja wykładnicza).
31. $\lim_{x \rightarrow 0} \text{sinc}(x) = 1$ i wyprowadzenie; $\text{sinc}(x) = \sin(x)/x$.
32. Szereg liczbowy i jego suma – definicje, przykłady (w tym geometr., harmoniczny, enharmoniczny Leibniza).
33. Kryteria zbieżności szeregów liczbowych: porównawcze, d'Alemberta, Cauchy'ego, Leibniza.
34. Sąsiedztwo i otoczenie punktu, ciągłość funkcji w punkcie (Heine, Cauchy) i w przedziale.
35. Tw.Weierstrassa (funkcja ciągła na przedziale domkniętym jest ograniczona i osiąga kresy).
36. Tw.Bolzano (o istnieniu zera funkcji ciągłej w przedziale domkniętym).
37. Wartość (także lewo- i prawostronnej) pochodnej funkcji w punkcie, pochodna – definicja, interpretacje geometryczna i fizyczne (prędkość), wyznaczenie pochodnej z definicji. Różniczka funkcji.
38. Pochodna kombinacji liniowej, iloczynu, ilorazu, złożenia i funkcji odwrotnej.
39. Pochodna funkcji danej parametrycznie $[x = x(t), y = y(t)]^T$.
40. Sieczna, styczna i normalna do krzywej $y = f(x)$ oraz zdefiniowanej parametrycznie $[x = x(t), y = y(t)]$.
41. Ciągłość i różniczkowalność funkcji, a więc warunek konieczny różniczkowalności funkcji.
42. Twierdzenia Rolle'a, Lagrange'a i Cauchy'ego.
43. Pochodna zwyczajna rzędu n -tego i pochodne cząstkowe.
44. Kryteria różniczkowe monotoniczności i wypukłości funkcji $y = f(x)$. Tw. Fermata o ekstremach funkcji.
45. Asymptoty funkcji oraz wyznaczanie asymptot liniowych $y = kx + m$.
46. Symbole nieoznaczone i reguły de l'Hospitala.
47. AWOSAMEWI (arg.,wartości,okres.,symetria,asymptoty, monotoniczność i ekstrema, wypukłość i infleksje).
48. Krzywizna – definicja, wzór, wyprowadzenie.

Egzaminy: zwykły: wtorek 12.01,2016,16:50 (gr.1-3), 18:30 (gr.4-5) – CW-7,
poprawkowy: poniedziałek 22.02.2016, 09:45 – CW-7.